Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Факультет комп’ютерних наук і кібернетики

Звіт

з лабораторної роботи №3 з теми  
«Розв’язання систем нелінійних рівнянь та розв’язання задач на власні значення»

з чисельних методів

Виконав:

Студент групи ІПС-33

Писаренков Тимофій Андрійович

Київ

2023

# Постановка завдання

У даній лабораторній роботі потрібно написати програму, яка знаходить максимальне та мінімальне власне значення матриці степеневим методом. Для тестування взяти матрицю з лабораторної роботи №2.

# Вхідні параметри: матриця, точність.

Як і у ЛР №2, використано матрицю розмірності 5x5, яка має вигляд А = Зображення, що містить текст, знімок екрана, число, Шрифт

Автоматично згенерований опис.

Точність ε = 0,2.

# Використані методи

У лабораторній роботі використано степеневий метод пошуку максимального та мінімального власних значень матриці.

## Використана теорія:

Нехай |λ1| > |λ2| > ... > |λn|. Будемо також шукати максимальне власне значення λ1. Початкове наближення x0 обираємо довільним, але x0 ≠ 0.

Ітераційний процес має вигляд: Зображення, що містить текст, Шрифт, ряд, типографія

Автоматично згенерований описУмова припинення: |λ k+11 − λ k1 | ⩽ ε.

Зауваження. Якщо A = AT > 0, то можна знайти мінімальне власне значення: λmin(A) = λmax(A) − λmax(B), де B = λmax(A)E − A, а E – одинична матриця.

Зауваження. Якщо скористатися властивістю норм: λmax(A) ⩽ ||A||∞, то можна уникнути знаходження λmax(A): λmin(A) = ||A||∞ − λmax(B), де B = ||A||∞E − A.

## Дослідження на можливість застосування методів для обраної матриці:

Для знаходження максимального власного значення матриці А потрібне виконання умов, що матриця А є квадратною, і що початкове наближення x0 не є нуль-вектором.

У програмі перша умова перевіряється одразу після зчитування матриці із файлу:

Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, програмне забезпечення

Автоматично згенерований опис

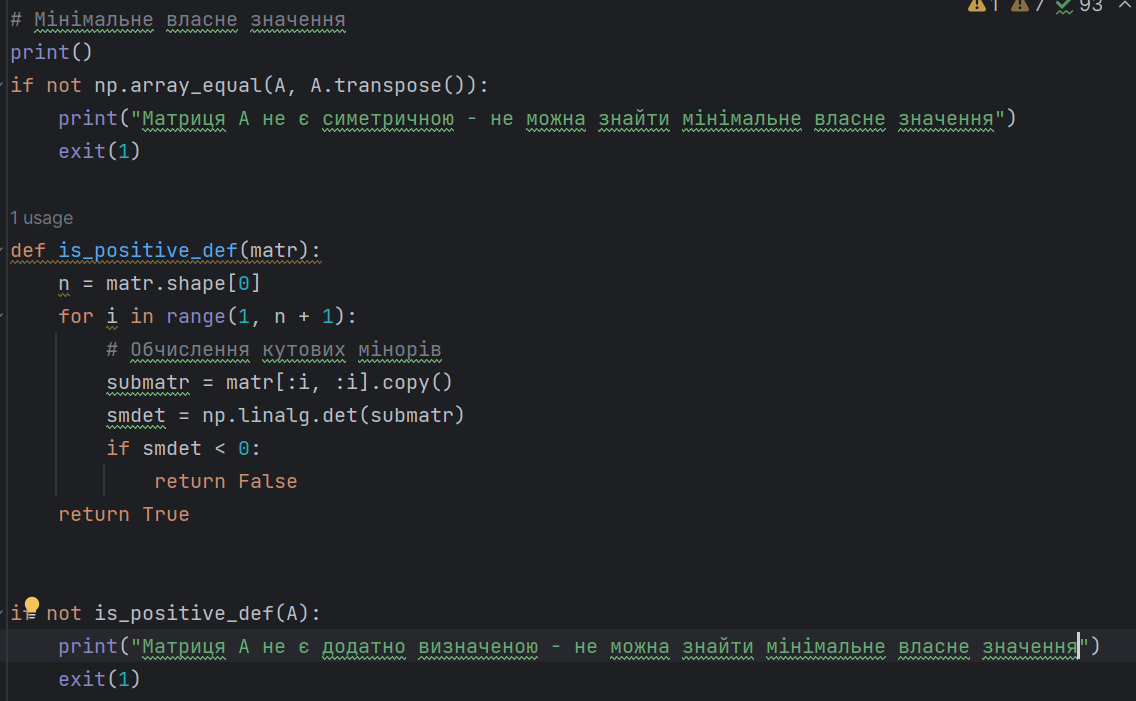
Перевірка другої умови:

Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт

Автоматично згенерований опис

Після перевірки умов та задання точності ε та номера m компонента вектора xk, за яким виконуватиметься знаходження λ k1, запускається ітераційний процес по пошуку максимального власного значення.

Для знаходження мінімального власного значення потрібно, щоб додатково виконувалась симетричність матриці А та умова, що матриця А є додатно визначеною.

У програмі ці умови перевіряються після того, як максимальне власне значення було знайдене: 

Після цього обчислюється матриця B, максимальне власне значення цієї матриці, і насамкінець мінімальне власне значення матриці А.

## Ітераційний процес:

Код для виконання ітераційного процесу:

Зображення, що містить текст, знімок екрана, програмне забезпечення

Автоматично згенерований опис

Запуск ітераційного процесу, значення векторів x та власних значень на кожному кроці: Зображення, що містить текст, знімок екрана, програмне забезпечення, Мультимедійне програмне забезпечення

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, меню

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис

Із точністю ε = 0.2 та m = 1 отримали максимальне власне значення ~26,76. Здійснено 9 ітераційних кроків, на кожному кроці виконувалось нормування векторів x, щоб не було переповнень у їх компонентах (власні значення на кожному кроці були > 1 за модулем).

Обчислення матриці B та пошук макс. власного значення для неї:

Зображення, що містить текст, знімок екрана

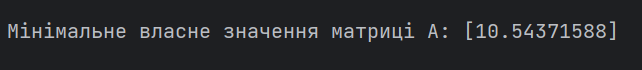
Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт, дизайн

Автоматично згенерований опис Зображення, що містить текст, знімок екрана, Шрифт

Автоматично згенерований опис

Отримали максимальне власне значення ~16,22. Здійснено 3 ітераційних кроки.

Після цього знайдене мін. власне значення матриці А:



# Висновок

У даній лабораторній роботі було розв’язано задачу пошуку максимального та мінімального власних значень матриці з використанням засобів мови Python та бібліотеки NumPy.